

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

COMPTES RENDUS

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

DES SCIENCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

COMPTES RENDUS
HEBDOMADAIRES
DES SÉANCES
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

PUBLIÉS,
CONFORMÉMENT A UNE DÉCISION DE L'ACADÉMIE

En date du 13 Juillet 1835,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME CENT TRENTE-DEUXIÈME.

JANVIER—JUIN 1901.

PARIS,
GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
Quai des Grands-Augustins, 55.

1901

ÉTAT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

AU 1^{er} JANVIER 1901.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION I^{re}. — *Géométrie.*

Messieurs:

HERMITE (Charles) (G. O. *).
JORDAN (Marie-Ennemond-Camille) (O. *).
POINCARÉ (Jules-Henri) (O. *).
PICARD (Charles-Émile) (O. *).
APPELL (Paul-Émile) (O. *).
PAINLEVÉ (Paul).

SECTION II. — *Mécanique.*

LEVY (Maurice) (O. *).
BOUSSINESQ (Valentin-Joseph) *.
DEPREZ (Marcel) (O. *).
SARRAU (Jacques-Rose-Ferdinand-Émile) (C. *).
LÉAUTÉ (Henry) (O. *).
SEBERT (Hippolyte) (C. *).

SECTION III. — *Astronomie.*

FAYE (Hervé-Auguste-Étienne-Albans) (G. C. *).
JANSSEN (Pierre-Jules-César) (C. *).
LÉWY (Maurice) (C. *).
WOLF (Charles-Joseph-Étienne) (O. *).
CALLANDREAU (Pierre-Jean-Octave) *.
RADAU (Jean-Charles-Rodolphe) *.

SECTION IV. — *Géographie et Navigation.*

BOUQUET DE LA GRYE (Jean-Jacques-Anatole) (C. *).
GRANDIDIER (Alfred) (O. *).
BUSSY (Marie-Anne-Louis DE) (G. O. *).
BASSOT (Jean-Léon-Antonin) (O. *).
GUYOU (Émile) (O. *).
HATT (Philippe-Eugène) (O. *).

SECTION V. — Physique générale.

Messieurs :

CORNU (Marie-Alfred) (O. *).
MASCART (Éleuthère-Élie-Nicolas) (G. O. *).
LIPPMANN (Gabriel) (C. *).
BECQUEREL (Antoine-Henri) (O. *).
POTIER (Alfred) (O. *).
VIOLE (Louis-Jules-Gabriel) (O. *).

SCIENCES PHYSIQUES.**SECTION VI. — Chimie.**

TROOST (Louis-Joseph) (C. *).
GAUTIER (Émile-Justin-Armand) (O. *).
MOISSAN (Henri) (C. *).
DITTE (Alfred) (O. *).
LEMOINE (Georges) (O. *).
HALLER (Albin) (O. *).

SECTION VII. — Minéralogie.

FOUQUÉ (Ferdinand-André) (O. *).
GAUDRY^e (Jean-Albert) (C. *).
HAUTEFEUILLE (Paul-Gabriel) (O. *).
BERTRAND (Marcel-Alexandre) *.
LÉVY (Auguste-Michel) (O. *).
LAPPARENT (Albert-Auguste DE) *.

SECTION VIII. — Botanique.

CHATIN (Gaspard-Adolphe) (O. *).
VAN TIEGHEM (Philippe-Édouard-Léon) (O. *).
BORNET (Jean-Baptiste-Édouard) (O. *).
GUIGNARD (Jean-Louis-Léon) *.
BONNIER (Gaston-Eugène-Marie) *.
PRILLIEUX (Édouard-Ernest) (O. *).

SECTION IX. — Économie rurale.

Messieurs :

SCHLÆSING (Jean-Jacques-Théophile) (C. *).

CHAUVEAU (Jean-Baptiste-Auguste) (C. *).

DEHÉRAIN (Pierre-Paul) (O. *).

DUCLAUX (Pierre-Émile) (C. *).

MUNTZ (Charles-Achille) (O. *).

ROUX (Pierre-Paul-Émile) (C. *).

SECTION X. — Anatomie et Zoologie.

LACAZE-DUTHIERS (Félix-Joseph-Henri DE) (G. O. *).

RANVIER (Louis-Antoine) (O. *).

PERRIER (Jean-Octave-Edmond) (O. *).

FILHOL (Antonin-Pierre-Henri) (O. *).

CHATIN (Joannès-Charles-Melchior) *.

GIARD (Alfred-Mathieu) *.

SECTION XI. — Médecine et Chirurgie.

MAREY (Étienne-Jules) (C. *).

BOUCHARD (Charles-Jacques) (C. *).

GUYON (Jean-Casimir-Félix) (O. *).

POTAIN (Pierre-Carl-Édouard) (C. *).

ARSONVAL (Arsène D') (O. *).

LANNELONGUE (Odilon-Marc) (C. *).

SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

DARBOUX (Jean-Gaston) (C. *), pour les Sciences mathématiques.

BERTHELOT (Marcelin-Pierre-Eugène) (G. C. *), pour les Sciences physiques.

ACADÉMICIENS LIBRES.

Messieurs :

DAMOUR (Augustin-Alexis) (O. *).
 FREYCINET (Charles-Louis DE SAULSES DE) (O. *).
 HATON DE LA GOUPILLIÈRE (Julien-Napoléon) (G. O. *).
 JONQUIÈRES (Vice-Amiral Jean-Philippe-Ernest DE FAUQUE DE)
 (G. O. *).
 CAILLETET (Louis-Paul) (O. *).
 BISCHOFFSHEIM (Raphaël-Louis) *.
 BROUARDEL (Paul-Camille-Hippolyte) (G. O. *).
 LAUSSEDAT (Aimé) (G. O. *).
 CARNOT (Marie-Adolphe) (O. *).
 ROUCHÉ (Eugène) (O. *).

ASSOCIÉS ÉTRANGERS.

KELVIN (Sir William THOMSON, Lord) à Glasgow (G. O. *).
 LISTER (Lord), à Londres.
 NORDENSKIÖLD (Nils-Adolf-Érik, baron) (C. *), à Stockholm.
 NEWCOMB (Simon) (O. *), à Washington.
 VIRCHOW (Rudolph-Ludvig-Carl) (C. *), à Berlin.
 STOKES (Sir George-Gabriel), à Cambridge.
 SUESS (Édouard), à Vienne.
 HOOKER (Sir Joseph-Dalton), à Kew.

CORRESPONDANTS⁽¹⁾.**SCIENCES MATHÉMATIQUES.****SECTION I^{re}. — Géométrie (10).**

SALMON (George), à Dublin.
 FUCHS (Immanuel-Lazarus), à Berlin.
 SCHWARZ (Hermann-Amandus), à Grünewald, près Berlin.
 KLEIN (Félix), à Göttingue.

(1) Un décret du 24 juin 1899 a porté le nombre des Correspondants, tant nationaux qu'étrangers, de cent à cent seize.

Le règlement du 13 novembre 1899 a fixé à dix le nombre des Correspondants de chaque Section, à l'exception de la Section d'Astronomie qui conserve seize Correspondants.

Messieurs :

CREMONA (Louis), à Rome.
 MÉRAY (Hugues-Charles-Robert) (O. *), à Dijon.
 ZEUTHEN (Hieronymus-Georg), à Copenhague.
 MITTAG-LEFFLER (Magnus-Gustaf), à Stockholm.
 LIPSCHITZ (Rudolph-Otto-Sigismond), à Bonn.
 DEDEKIND (Richard), à Brunswick.

SECTION II. — *Mécanique* (10).

SIRE (Georges-Étienne) *, à Besançon.
 CONSIDÈRE (Armand-Gabriel) (O. *), à Quimper.
 AMSLER (Jacob), à Schaffhouse.
 VALLIER (Frédéric-Marie-Emmanuel) *, à Rueil.
 GIBBS (J.-Willard), à New-Haven (Connecticut).
 BOLTZMANN (Louis), à Vienne.
 DWELSHAUVERS-DERY (Victor-Auguste-Ernest) *, à Liège.
 BAZIN (Henry-Émile) (O. *), à Chenôve (Côte-d'Or).
 DUHEM (Pierre), à Bordeaux.
 N.

SECTION III. — *Astronomie* (16).

STRUVE (Otto-Wilhelm) (G. O. *), à Carlsruhe.
 LOCKYER (Joseph-Norman), à Londres.
 HUGGINS (William), à Londres.
 STEPHAN (Jean-Marie-Édouard) (O. *), à Marseille.
 HALL (Asaph) *, à Washington.
 SCHIAPARELLI (Jean-Virginus), à Milan.
 LANGLEY (Samuel-Pierpont), à Washington.
 AUWERS (Arthur), à Berlin.
 RAYET (Georges-Antoine-Pons) (O. *), à Bordeaux.
 PERROTIN (Henri-Joseph-Anastase) *, à Nice.
 BACKLUND (Oskar), à Poulkova.
 GILL (David), au Cap de Bonne-Espérance.
 BAKHUYZEN (VAN DE SANDE) (O. *), à Leyde.
 CHRISTIE (William-Henry), à Greenwich (Angleterre).
 N.
 N.

SECTION IV. — *Géographie et Navigation* (10).

Messieurs :

- TEFFÉ (le baron DE), à Rio-de-Janeiro.
 GRIMALDI (Albert-Honoré-Charles) (G. C. *), prince souverain de Monaco, à Monaco.
 NANSSEN (Fridtjof) (C. *), à Bergen (Norvège).
 HELMERT (Frédéric-Robert), à Potsdam.
 COLIN (le R. P. Édouard-Élie), à Tananarive.
 GALLIENI (Joseph-Simon) (G. O. *), à Saint-Raphaël (Var).
 BIENAYMÉ (Arthur-François-Alphonse), à Toulon.
 N.
 N.
 N.

SECTION V. — *Physique générale* (10).

- CROVA (André-Prosper-Paul) *, à Montpellier.
 RAYLEIGH (John-William STRUTT, Lord) (O. *), à Essex.
 AMAGAT (Émile-Hilaire) *, à Bourg.
 RAOULT (François-Marie) (C. *), à Grenoble.
 ROWLAND (Henry-Augustin) (O. *), à Baltimore.
 BICHAT (Ernest-Adolphe) (O. *), à Nancy.
 BLONDIOT (René-Prosper) *, à Nancy.
 HITTORF (Wilhem), à Munster (Prusse).
 VAN DER WAALS (Johannes-Diderik), à Amsterdam.
 MICHELSON (Albert-A.), à Chicago.

SCIENCES PHYSIQUES.

SECTION VI. — *Chimie* (10).

- WILLIAMSON (Alexander-William), à Londres.
 LECOQ DE BOISBAUDRAN (Paul-Émile dit François) *, à Cognac.
 REBOUL (Pierre-Edmond) (O. *), à Marseille.
 BAEYER (Adolf VON), à Munich.
 ROSCOE (Sir Henry-Enfield) (O. *), à Londres.
 CANNIZZARO (Stanislas) (O. *), à Rome.
 RAMSAY (William) (O. *), à Londres.

Messieurs :

MENDELEEF (Dmitry-Iwanowitch), à Saint-Petersbourg.

FISCHER (Émile), à Berlin.

N.

N.

SECTION VII. — Minéralogie (10).

GOSSELET (Jules-Auguste-Alexandre) *, à Lille.

GEIKIE (Sir Archibald), à Londres.

RICHTHOFEN (Ferdinand, baron DE), à Berlin.

TSCHERMAK (Gustave), à Vienne.

DEPÉRET (Charles-Jean-Julien), à Lyon.

ROSENBUSCH (Harry), à Heidelberg.

PERON (Pierre-Alphonse) (C. *), à Auxerre.

ZITTEL (Karl VON), à Munich.

OEHLERT (Daniel) *, à Laval.

KLEIN (Johann-Friedrich-Carl), à Berlin.

SECTION VIII. — Botanique (10).

CLOS (Dominique) *, à Toulouse.

SIRODOT (Simon) (O. *), à Rennes.

GRAND'EURY (François-Cyrille) *, à Saint-Étienne.

AGARDH (Jacob-Georg), à Lund.

MILLARDET (Alexis) *, à Bordeaux.

MASTERS (Maxwel-Tylden), à Londres.

TREUB (Melchior) *, à Buitenzorg, près Batavia (Java).

SCHWENDENER (Simon), à Berlin.

PFEFFER (Wilhelm-Friedrich-Philipp), à Leipzig.

STRASBURGER (Édouard), à Bonn.

SECTION IX. — Économie rurale (10).

MARÈS (Henri-Pierre-Louis) *, à Montpellier.

LAWES (Sir John-Bennet), à Rothamsted, Saint-Albans station
(Herfortshire).GILBERT (Joseph-Henry), à Rothamsted, Saint-Albans station
(Herfortshire).

LECHARTIER (Georges-Vital), à Rennes.

Messieurs :

HOZEAU (Auguste) (O. *), à Rouen.
 ARLOING (Saturnin) (O. *), à Lyon.
 PAGNOUL (Aimé), à Arras.
 GAYON (Léonard-Ulysse), à Bordeaux.
 N.
 N.

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie* (10).

AGASSIZ (Alexandre) (O. *), à Cambridge (États-Unis).
 FABRE (Jean-Henri) *, à Sérignan (Vaucluse).
 KOWALEWSKI (Alexandre), à Saint-Petersbourg.
 SABATIER (Armand) (O. *), à Montpellier.
 RETZIUS (Gustave), à Stockholm.
 BERGH (Ludwig-Rudolph-Sophus), à Copenhague.
 LANKESTER (Edwin-Ray), à Londres.
 LORTET (Louis) (O. *), à Lyon.
 N.
 N.

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie* (10).

LÉPINE (Jacques-Raphaël) (O. *), à Lyon.
 HERRGOTT (François-Joseph) (O. *), à Nancy.
 LAVERAN (Louis-Charles-Alphonse) *, à Montpellier.
 ENGELMANN (Théodor-Wilhelm), à Berlin.
 LEYDEN (Ernst VON), à Berlin.
 MOSSO (Angelo), à Turin.
 BURDON-SANDERSON (Sir John), à Oxford.
 ZAMBACO (Démétrius-Alexandre) (O. *), à Constantinople.
 CZERNY (Vincent-Joseph), à Heidelberg.
 N.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 JANVIER 1901.

PRÉSIDENCE DE M. FOUQUÉ.

RENOUVELLEMENT ANNUEL

DU BUREAU ET DE LA COMMISSION CENTRALE ADMINISTRATIVE.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Vice-Président pour l'année 1901, lequel doit être choisi dans l'une des Sections des Sciences mathématiques.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 56,

M. Bouquet de la Grye obtient 54 suffrages,

M. Mascart » 1 suffrage.

Il y a un bulletin blanc.

M. BOUQUET DE LA GRYE, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination de deux de ses Membres qui devront faire partie de la Commission centrale administrative pendant l'année 1901.

MM. **BORNET** et **MAURICE LEVY**, ayant réuni la majorité des suffrages, sont élus Membres de la Commission centrale administrative.

M. **MAURICE LEVY**, Président sortant, fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des Recueils qu'elle publie, et les changements survenus parmi les Membres et les Correspondants pendant le cours de l'année 1900.

État de l'impression des Recueils de l'Académie au 1^{er} janvier 1901.

Volumes publiés.

Comptes rendus des séances de l'Académie. — Le Tome CXXVIII (1^{er} semestre 1899) et le Tome CXXIX (2^e semestre 1899) ont paru avec leurs Tables; ainsi que le Tome IV de la Table générale, comprenant les années 1881 à 1895.

Les numéros de l'année 1900 ont été mis en distribution, chaque semaine, avec la régularité habituelle.

Mémoire présente : Un Mémoire de M. L. Torres, intitulé : « Machines à calculer » (*Savants étrangers*, t. XXXII, n^o 9).

*Changements survenus parmi les Membres
depuis le 1^{er} janvier 1900.*

Membres décédés.

Section de Chimie : M. **GRIMAU**X, décédé le 2 mai 1900.

Section d'Anatomie et Zoologie : M. **BLANCHARD**, décédé le 11 février 1900;
M. **MILNE-EDWARDS**, décédé le 21 février 1900.

Secrétaire perpétuel : M. **JOSEPH BERTRAND**, décédé le 3 avril 1900.

Membres élus.

Section de Géométrie : M. **PAINLEVÉ**, élu le 10 décembre 1900, en remplacement de M. **DARBOUX**, élu Secrétaire perpétuel.

Section de Chimie : M. **HALLER**, élu le 26 novembre 1900, en remplacement de M. **GRIMAU**X, décédé.

Section d'Anatomie et Zoologie : M. **JOANNES CHATIN**, élu le 21 mai 1900, en remplacement de M. **BLANCHARD**, décédé; M. **GIARD**, élu le 25 juin 1900, en remplacement de M. **MILNE-EDWARDS**, décédé.

Secrétaire perpétuel : M. **DARBOUX**, élu le 21 mai 1900, en remplacement de M. **JOSEPH BERTRAND**, décédé.

Associés étrangers élus.

Sir George **STOKES**, à Cambridge, le 19 février 1900, en remplacement de M. **WEIERSTRASS**, décédé.

M. **SUESS**, à Vienne, le 30 avril 1900, en remplacement de Sir **EDWARD FRANKLAND**, décédé.

Sir **JOSEPH HOOKER**, à Kew, le 19 novembre 1900, en remplacement de M. **BUNSEN**, décédé.

*Changements survenus parmi les Correspondants
depuis le 1^{er} janvier 1900.*

Correspondants décédés.

Section de Mécanique : M. **BELTRAMI**, à Rome, décédé le 17 février 1900.

Section de Géographie et de Navigation : M. **ALEXIS DE TILLO**, à Saint-Petersbourg, décédé le 11 janvier 1900; M. l'abbé **A. DAVID**, missionnaire en Chine, décédé à Paris, le 10 novembre 1900; M. **DE SERPA PINTO**, décédé en décembre 1900.

Section d'Anatomie et Zoologie : M. **MARION**, à Marseille, décédé le 23 janvier 1900.

Section de Médecine : M. **OLLIER**, à Lyon, décédé le 26 novembre 1900

Correspondants élus.

Section de Géométrie : M. **ZEUTHEN**, à Copenhague, élu le 22 janvier 1900, en remplacement de M. **SOPHUS LIE**, décédé; M. **MITTAG-LEFFLER**, à Stockholm, élu le 29 juin 1900, conformément au décret du 24 juin 1899;

M. **LIPSCHITZ**, à Bonn, élu le 16 juillet 1900, en vertu du même décret;
M. **RICHARD DEDEKIND**, à Brunswick, élu le 31 décembre 1900, en vertu du même décret.

Section de Mécanique : M. **GIBBS**, à New-Haven, élu le 21 mai 1900, en remplacement de M. Ruggenbach, décédé; M. **BOLTZMANN**, à Vienne, élu le 28 mai 1900, en remplacement de M. Beltrami, décédé; M. **DWELSHAUVERS-DERY**, à Liège, élu le 18 juin 1900, conformément au décret du 24 juin 1899; M. **BAZIN**, à Chenôve, élu le 25 juin 1900, conformément au même décret; M. **DUHEM**, à Bordeaux, élu le 30 juillet 1900, conformément au même décret.

Section de Géographie et Navigation : M. **BIENAYMÉ**, à Toulon, élu le 29 janvier 1900, conformément au décret du 24 juin 1899.

Section de Physique générale : M. **HITTORF**, à Munster, élu le 26 mars 1900, en remplacement de M. Wiedemann, décédé; M. **VAN DER WAALS**, à Amsterdam, élu le 2 avril 1900, en remplacement de Sir George Stokes, élu associé étranger; M. **MICHELSON**, à Chicago, élu le 9 avril 1900, conformément au décret du 24 juin 1899.

Section de Chimie : M. **ÉMILE FISCHER**, à Berlin, élu le 5 mars 1900, conformément au décret du 24 juin 1899.

Section de Minéralogie : M. **PERON**, à Auxerre, élu le 22 janvier 1900, en remplacement de M. Matheron, décédé; M. **KARL VON ZITTEL**, à Munich, élu le 19 février 1900, conformément au décret du 24 juin 1899; M. **OEHE-LERT**, à Laval, élu le 18 juin 1900, en remplacement de M. Suess, élu associé étranger; M. **CARL KLEIN**, élu le 19 novembre 1900, conformément au décret du 24 juin 1899.

Section de Botanique : M. **SCHWENDENER**, à Berlin, élu le 12 février 1900, en remplacement de M. le baron de Mueller, décédé; M. **PFEFFER**, à Leipzig, élu le 19 février 1900, en remplacement de M. Cohn, décédé; M. **ÉDOUARD STRASBURGER**, à Bonn, élu le 31 décembre 1900, en remplacement de Sir Hooker, élu Associé étranger.

Section de Médecine et Chirurgie : Sir **BURDON-SANDERSON**, à Oxford, élu le 7 mai 1900, en remplacement de Sir Paget, décédé; M. **ZAMBACO**, à Constantinople, élu le 2 juillet 1900, conformément au décret du 24 juin 1899; M. **CZERNY**, à Heidelberg, élu le 9 juillet 1900, conformément au même décret.

Correspondants à remplacer.

Section d'Astronomie : M. **GOULD**, à Cambridge (États-Unis), décédé; M. **SOULLART**, à Lille, décédé.

Section de Géographie et Navigation : M. A. DE **TILLO**, à Saint-Pétersbourg, décédé; M. l'abbé **A. DAVID**, en Chine, décédé; M. DE **SERPA PINTO**, à Lisbonne, décédé.

Section de Chimie : M. **HALLER**, à Paris, élu académicien ordinaire.

Section d'Économie rurale : M. le marquis **MENABREA**, à Rome, décédé; M. **DEMONTZEY**, à Aix, décédé.

Section d'Anatomie et Zoologie : M. **FLOWER**, à Londres, décédé; M. **MARION**, à Marseille, décédé.

Section de Médecine et Chirurgie : M. **OLLIER**, à Lyon, décédé.

Nota. — Une place de Correspondant, créée par le Décret du 24 juin 1899, est encore vacante dans la Section de Mécanique.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **PRÉSIDENT**, en annonçant à l'Académie la mort de M. le Dr **POTAIN**, Membre de la Section de Médecine et Chirurgie, s'exprime comme il suit :

« MES CHERS CONFRÈRES,

« Au début de mes fonctions de Président de l'Académie des Sciences pour l'année 1901, un pénible devoir m'incombe. J'ai à vous annoncer officiellement la mort de notre Confrère le Docteur Potain.

» Quand nous l'avons appelé, il y a sept ans, à siéger parmi nous, nous avons été attirés vers lui par sa science profonde et sa haute honorabilité. Son trop court séjour dans notre Compagnie a justifié pleinement son excellent renom, et tous nous avons joui de son humeur affable et de sa parfaite aménité.

» En dehors de notre Académie, sa renommée dans le monde médical était universelle. A une époque où les Sciences se divisent et se subdivisent, où chacun s'enferme presque fatalement dans une spécialité restreinte à laquelle il consacre sa vie, et où la médecine particulièrement s'est ramifiée en un grand nombre de branches distinctes, Potain avait su conserver une autorité magistrale sur tout l'ensemble de l'immense domaine des Sciences qui servent de base à l'art de guérir. Son savoir étendu, ses habitudes

minutieuses d'investigation méthodique donnaient à sa pratique médicale une valeur incomparable. Tous ceux qui ont suivi ses cliniques ont admiré la sûreté de ses diagnostics et la solidité des conclusions qu'il en savait tirer. Enfin comme couronnement d'aussi précieuses qualités, notre Confrère était doué d'une modestie sans égale et d'une inépuisable bonté. »

La séance est levée en signe de deuil, après dépouillement de la Correspondance.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les intégrales de différentielles totales de troisième espèce dans la théorie des fonctions algébriques de deux variables;* par M. ÉMILE PICARD.

« Dans mes recherches antérieures sur la théorie des fonctions algébriques de deux variables, j'ai établi les propriétés fondamentales des intégrales de différentielles totales de première et de seconde espèce. Il reste, sans doute, encore bien des points à élucider; il serait notamment à désirer d'avoir des exemples de surfaces, dont la connexion linéaire soit supérieure à l'unité, plus étendus que ceux qui ont été donnés jusqu'ici. On peut aussi se demander si, comme il semble bien probable, une surface peut posséder des intégrales de différentielles totales de seconde espèce sans en avoir de première espèce; pareillement, si j'ai pu établir une relation très simple entre le nombre des intégrales distinctes de seconde espèce et le nombre de leurs périodes, on ne connaît par contre rien d'analogue concernant les intégrales de première espèce. Ces questions difficiles mériteraient, je crois, de solliciter l'effort des chercheurs. Une étude de nature en apparence bien différente, celle des intégrales *doublées* de seconde espèce, a depuis longtemps appelé mon attention sur les intégrales de différentielles totales de *troisième* espèce. Je me propose d'énoncer ici à leur sujet un théorème qui semble avoir quelque intérêt pour la théorie des surfaces algébriques.

» Pour éviter certaines difficultés, et sans restreindre d'ailleurs au fond la généralité, nous envisageons une surface n'ayant d'autres singularités qu'une ligne double avec points triples. Étant considérée la surface

$$f(x, y, z) = 0,$$

une intégrale de différentielle totale de troisième espèce

$$\int P dx + Q dy,$$

où P et Q sont rationnels en x , y et z , aura un certain nombre de lignes logarithmiques irréductibles. Ceci posé, voici l'énoncé du théorème que j'ai en vue :

» On peut, sur la surface f , trouver un certain nombre λ de courbes algébriques irréductibles, telles qu'il n'existe pas d'intégrale de troisième espèce ayant seulement comme lignes logarithmiques toutes ces courbes ou quelques-unes d'entre elles, mais telles qu'il existe une intégrale de troisième espèce n'ayant d'autres lignes logarithmiques qu'une $\lambda + 1^{\text{ième}}$ courbe irréductible prise arbitrairement sur la surface et la totalité ou une partie des λ premières.

» La démonstration de ce théorème est assez longue; elle s'appuie avec quelques modifications sur les principes dont je me suis servi dans l'étude des intégrales de seconde espèce (*Théorie des fonctions algébriques de deux variables*, t. I, Chap. IV et VI). Le nombre λ présente un caractère invariant, au moins pour les transformations birationnelles entre surfaces n'ayant que les singularités ordinaires de l'espèce indiquée.

» La proposition précédente joue un rôle important dans l'évaluation du nombre des intégrales doubles distinctes de seconde espèce, dont j'ai commencé autrefois l'étude (*loc. cit.*, t. II, Chap. VII). »

CORRESPONDANCE.

M. E. STRASBURGER, élu Correspondant pour la Section de Botanique, adresse ses remerciements à l'Académie.

MM. GUINARD, LUGEON, MOUNEYRAT adressent des remerciements à l'Académie pour les distinctions accordées à leurs travaux.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète 1900 c (Giacobini), faites à l'observatoire d'Alger (équatorial coudé de 0^m,318 d'ouverture), par MM. RAMBAUD et SY, présentées par M. Loewy.*

Dates. 1900.	Étoiles de compar.	Grandeur.	Comète. — Étoile.		Nombre de compar.	Observ.
			Ascension droite.	Déclinaison.		
			^m ^s	['] ["]		
Décembre 26...	<i>a</i>	9	+0.10,43	—1. 1,1	12;12	S
26...	<i>a</i>	»	+0.14,95	—1. 4,2	12;12	R
27...	<i>b</i>	8	—3.17,92	+7.46,6	12;14	R
27...	<i>b</i>	»	—3.10,70	+7.41,9	12;10	S

Positions des étoiles de comparaison.

Dates. 1900.	Étoiles.	Asc. droite moyenne 1900,0.	Réduction au jour.	Déclinaison moyenne 1900,0.	Réduction au jour.	Autorités.
Déc. 26.	<i>a</i>	^h 23. ^m 9. ^s 44,09	+3,56	-22°. 55'. 14",4	+18",1	Cordoba n° 202.
27.	<i>b</i>	23. 18. 27,21	+3,57	-23. 9. 27,4	+17,9	Cordoba n° 472.

Positions apparentes de la comète.

Dates. 1900.	Temps moyen d'Alger.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Déclinaison apparente.	Log. fact. parallaxe.
Déc. 26.....	^h 6. ^m 53. ^s 6	^h 23. ^m 9. ^s 58,08	1,417	-22°. 55'. 57",4	0,859
26.....	7. 11. 45	23. 10. 02,60	1,472	-22. 56. 0,5	0,852
27.....	6. 30. 2	23. 15. 12,86	1,328	-23. 1. 22,9	0,868
27.....	6. 59. 12	23. 15. 20,08	1,432	-23. 1. 27,6	0,858

» La comète est une nébulosité de 1' à 2' de diamètre avec un faible noyau central dont l'éclat est comparable à celui d'une étoile de 13^e grandeur au plus. La présence de la Lune rendait d'ailleurs les observations difficiles aux dates indiquées. »

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète 1900 c (Giacobini), faites à l'équatorial coudé de l'observatoire de Besançon. Note de M. P. CHOFFARDET, présentée par M. Lœwy.*

Dates. 1900.	Étoiles.	Temps sidéral de Besançon.	Comète — Étoile.		Nombre de compar.
			Ascension droite.	Distance polaire.	
Décembre 25...	<i>a</i>	^h 0. ^m 17. ^s 4,76	+1. 15. 17	+4'. 2",7	12: 9
25...	<i>b</i>	0. 48. 48,63	+4. 14,53	+3. 20,8	9: 9
25...	<i>a</i>	0. 48. 48,63	+1. 23,09	+4. 8,8	9: 9

Positions moyennes des étoiles de comparaison.

Étoiles.	Autorités.	Ascension droite moyenne 1900,0.	Réduction au jour.	Distance polaire moyenne 1900,0.	Réduction au jour.
<i>a</i> ..	Anon. rapp. à * <i>b</i>	^h 23. ^m 1. ^s 41,34	+3,54	112°. 45'. 29",4	-18",3
<i>b</i> ..	Arg.-Oeltzen, 22587	22. 58. 49,91	+3,54	112. 46. 17,4	-18,3

Positions apparentes de la comète 1900 c (Giacobini).

Dates. 1900.	Temps moyen de Besançon.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Distance polaire apparente.	Log. fact. parallaxe.
Déc. 25....	^h 6. ^m 1. ^s 59,0	^h 23. ^m 3. ^s 0,05	$\overline{1},140$	112°.49'.13",8	0,912 _n
25....	6.33.37,7	23. 3. 7,98	$\overline{1},287$	112.49.19,9	0,906 _n
25....	6.33.37,7	23. 3. 7,97	$\overline{1},287$	112.49.19,9	0,966 _n

» La comète, observée par une lune de quatre jours, a l'aspect d'une nébulosité arrondie, sans queue, avec un petit noyau stellaire central de 12^e grandeur. Le diamètre total est de 40" à 50". »

GÉOMÉTRIE. — *Sur les surfaces convexes fermées.*

Note de M. H. MINKOWSKI.

« On sait que, parmi tous les corps de volume égal, la sphère a la plus petite surface. C'est ce théorème qui m'a conduit aux résultats suivants, concernant les surfaces convexes fermées.

» Pour plus de simplicité, je veux me restreindre à la considération de surfaces convexes ayant en chaque point un plan tangent déterminé et des rayons de courbure principaux finis et déterminés.

» 1. Soient Ω la surface de la sphère de rayon 1, ayant son centre à l'origine O, et $\cos\psi \sin\vartheta$, $\sin\psi \sin\vartheta$, $\cos\vartheta$ les coordonnées d'un point quelconque II de cette surface Ω .

» Soient K un corps convexe quelconque et

$$x \cos\psi \sin\vartheta + y \sin\psi \sin\vartheta + z \cos\vartheta = H$$

l'équation du plan tangent à la surface de K, ayant la direction OII comme normale extérieure. Il est alors une fonction uniforme sur la surface Ω , et en assignant cette fonction $H(\vartheta, \psi)$, le corps K est déjà parfaitement déterminé.

» En posant

$$R = \frac{\partial^2 H}{\partial \vartheta^2} + H,$$

$$S = \frac{1}{\sin\vartheta} \frac{\partial^2 H}{\partial \vartheta \partial \psi} - \frac{\cos\vartheta}{\sin^2\vartheta} \frac{\partial H}{\partial \psi},$$

$$T = \frac{1}{\sin^2\vartheta} \frac{\partial^2 H}{\partial \psi^2} + \frac{\cos\vartheta}{\sin\vartheta} \frac{\partial H}{\partial \vartheta} + H,$$

la forme binaire quadratique $Ru^2 + 2Suv + Tv^2$ sera toujours positive. On sait que $R + T$ est la somme, $RT - S^2$ le produit des rayons de courbure principaux au point où ce plan tangent touche la surface de K .

» 2. Cela étant, soient K_1, K_2, K_3 trois corps convexes quelconques; nous distinguerons les quantités H, R, S, T relatives à ces corps par l'adjonction des indices respectifs 1, 2, 3.

» Je considère alors l'intégrale

$$\frac{1}{6} \int H_1 (R_2 T - 2S_2 S_3 + T_2 R_3) d\omega = A_{1,2,3}$$

étendue à tous les éléments $d\omega = \sin \vartheta d\vartheta d\psi$ de la surface Ω .

» J'appelle la valeur de cette intégrale le *volume mixte* des corps K_1, K_2, K_3 .

» Cette intégrale est toujours positive.

» La valeur de cette intégrale n'est pas changée en permutant d'une manière quelconque l'ordre des trois corps, dont elle dépend. De plus, cette intégrale reste invariable en faisant subir des translations quelconques à ces corps.

» Si les trois corps sont identiques, l'intégrale représentera le volume de ce corps unique.

» 3. Nous dirons que trois corps convexes K_1, K_2, K_3 sont *indépendants* lorsque entre leurs fonctions H_1, H_2, H_3 il n'existe aucune relation identique.

$$\varpi_1 H_1 + \varpi_2 H_2 + \varpi_3 H_3 = x_0 \cos \psi \sin \vartheta + y_0 \sin \psi \sin \vartheta + z_0 \cos \vartheta,$$

où $\varpi_1, \varpi_2, \varpi_3, x_0, y_0, z_0$ sont des constantes quelconques indépendantes de ϑ et ψ .

» K_1, K_2, K_3 étant des corps convexes quelconques, auxquels appartiennent les fonctions H_1, H_2, H_3 , et $\varpi_1, \varpi_2, \varpi_3$ étant des constantes quelconques toutes ≥ 0 , mais pas toutes égales à zéro, la fonction

$$A = \varpi_1 H_1 + \varpi_2 H_2 + \varpi_3 H_3$$

déterminera toujours aussi un corps convexe K . Le volume de ce corps est alors

$$f(\varpi_1, \varpi_2, \varpi_3) = \sum \sum \sum A_{i,k,l} \varpi_i \varpi_k \varpi_l \quad (i, k, l = 1, 2, 3),$$

où $A_{i,k,l}$ désigne le volume mixte de K_i, K_k, K_l . Alors, on a le théorème suivant :

» La surface

$$f(w_1, w_2, w_3) = 1,$$

où w_1, w_2, w_3 sont regardées comme des coordonnées rectilignes, est, dans le domaine défini par $w_1 \geq 0, w_2 \geq 0, w_3 \geq 0$, une surface convexe qui tourne sa convexité du côté opposé à l'origine.

» De plus, si K_1, K_2, K_3 sont indépendants, cette surface ne contient jamais trois points en ligne droite. Le déterminant

$$\begin{vmatrix} A_{111} & A_{112} & A_{113} \\ A_{121} & A_{122} & A_{123} \\ A_{131} & A_{132} & A_{133} \end{vmatrix}$$

et les deux déterminants analogues, où le premier indice est remplacé successivement par les indices 2 et 3, sont alors positifs. En outre,

$$\begin{vmatrix} A_{111} & A_{112} \\ A_{121} & A_{122} \end{vmatrix}$$

et tous les déterminants correspondants sont négatifs.

» En particulier on tire de là :

» K_1, K_2 étant des corps convexes quelconques, qui ne sont pas homothétiques, on a toujours les inégalités

$$A_{111} A_{122} < A_{112}^2, \quad A_{112} A_{222} < A_{122}^2.$$

» Ici A_{111} est le volume de K_1 . En prenant pour K_2 spécialement une sphère de rayon 1, la quantité $3A_{112}$ sera l'aire de la surface de K_1 , et en outre $3A_{122}$ sera la courbure moyenne totale de cette surface; enfin on aura $A_{222} = \frac{4\pi}{3}$. On est ainsi conduit au théorème suivant :

» Parmi tous les corps convexes ayant une surface de même grandeur, la sphère a : 1° le plus grand produit du volume et de la courbure moyenne, et 2° la plus petite courbure moyenne, d'où résulte qu'elle a enfin le plus grand volume.

» Une autre conséquence de ces dernières inégalités est celle-ci :

» Si un corps convexe de volume égal à 1 n'est pas un cube avec des faces parallèles aux plans des coordonnées, la moyenne arithmétique des aires de ses trois projections sur les trois plans des coordonnées est toujours > 1 .

» 4. Soit $G = G(\vartheta, \psi)$ une fonction uniforme et continue sur la surface de la sphère Ω , ayant en chaque point de cette surface une valeur positive

et telle que les trois intégrales

$$\int \frac{\cos \psi \sin \vartheta}{G} d\omega, \quad \int \frac{\sin \psi \sin \vartheta}{G} d\omega, \quad \int \frac{\cos \vartheta}{G} d\omega,$$

étendues sur la surface Ω , s'évanouissent toutes. Il existe alors toujours un corps convexe K tel qu'en un point quelconque de sa surface, où les cosinus directeurs de la normale extérieure sont $\cos \psi \sin \vartheta$, $\sin \psi \sin \vartheta$, $\cos \vartheta$, la courbure totale est égale à $G(\vartheta, \psi)$, et ce corps K est uniquement déterminé à une translation près.

» En effet, parmi tous les corps convexes de volume égal à 1 on peut toujours déterminer un corps tel que, pour sa fonction H , la valeur de l'intégrale

$$I = \int \frac{H}{G} d\omega$$

étendue à la surface Ω soit la plus petite possible. Ce corps est parfaitement déterminé à une translation près. Si pour ce corps l'intégrale I a la valeur μ , on en déduira, par une dilatation dans le rapport $\sqrt{\mu} : 1$, le corps cherché K pour lequel $RT - S^2 = \frac{1}{G}$. »

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — Sur le théorème des forces vives.

Note de M. H. DUPORT, présentée par M. Appell.

« Je me propose de donner, dans cette Note, une conséquence du théorème des forces vives qui me paraît avoir jusqu'ici échappé aux investigations des mathématiciens.

» Je vais me placer dans le cas le plus général d'atomes solides agissant les uns sur les autres. Les actions mutuelles de deux atomes seront considérées comme dépendant du système formé par les positions des atomes, les vitesses de leurs centres de gravité et leurs vitesses de rotation. On sera ainsi dans le cas le plus général.

» Soient donc deux atomes, m et m' leurs masses, M et M' leurs centres de gravité. Soient Ox , Oy , Oz trois axes de coordonnées rectangulaires fixes; x, y, z les coordonnées de M ; x', y', z' celles de M' ; MX, MY, MZ des axes principaux d'inertie du premier atome; A, B, C les moments d'inertie correspondants; $M'X', M'Y', M'Z'$ des axes principaux d'inertie du second atome; A', B', C' les moments d'inertie correspondants; p, q, r les projec-

tions sur MX, MY, MZ de la vitesse de rotation du premier atome; a, b, c les projections de la vitesse de M; p', q', r' les projections sur M'X', M'Y', M'Z' de la vitesse de rotation du second atome; a', b', c' les projections de la vitesse de M'; φ, ψ, θ les angles d'Euler déterminant la position des axes MX, MY, MZ relativement aux axes fixes; φ', ψ', θ' les angles d'Euler déterminant la position des axes M'X', M'Y', M'Z' relativement aux axes fixes.

» Les forces provenant de l'action du second atome sur le premier peuvent être considérées comme réduites à une force appliquée en M et à un couple. Soient u, v, w les projections de la force sur MX, MY, MZ; P, Q, R celles du moment du couple.

» De même les forces provenant de l'action du premier atome sur le second peuvent être considérées comme réduites à une force appliquée au point M' et à un couple. Soient u', v', w' les projections de la force sur M'X', M'Y', M'Z'; P', Q', R' celles du moment du couple.

» Je ferai usage des équations employées par M. Appell dans ses beaux travaux sur le roulement :

$$(1) \quad \begin{cases} m \frac{da}{dt} = rb - qc + u, & A \frac{dp}{dt} = (B - C)qr + P, \\ m \frac{db}{dt} = pc - ra + v, & B \frac{dq}{dt} = (C - A)rp + Q, \\ m \frac{dc}{dt} = qa - pb + w, & C \frac{dr}{dt} = (A - B)pq + R. \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} m' \frac{da'}{dt} = r'b' - q'c' + u', & A' \frac{dp'}{dt} = (B' - C')q'r' + P', \\ m' \frac{db'}{dt} = p'c' - r'a' + v', & B' \frac{dq'}{dt} = (C' - A')r'p' + Q', \\ m' \frac{dc'}{dt} = q'a' - p'b' + w', & C' \frac{dr'}{dt} = (A' - B')p'q' + R'. \end{cases}$$

» Écrivons maintenant qu'il existe une fonction Φ des quantités $x, y, z, x', y', z', a, b, c, a', b', c', p, q, r, p', q', r', \varphi, \psi, \theta, \varphi', \psi', \theta'$ dont la variation est celle de la demi-force vive du système. On a une équation que j'écris d'une manière abrégée

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} & \sum \left[\frac{d\Phi}{dx} \frac{dx}{dt} + \frac{d\Phi}{dx'} \frac{dx'}{dt} + \frac{d\Phi}{da} \frac{rb - qc + u}{m} + \frac{d\Phi}{da'} \frac{r'b' - q'c' + u'}{m'} \right. \\ & \quad \left. + \frac{d\Phi}{dp} \frac{(B - C)qr + P}{A} + \frac{d\Phi}{dp'} \frac{(B' - C')q'r' + P'}{A'} + \frac{d\Phi}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{d\Phi}{d\varphi'} \frac{d\varphi'}{dt} \right] \\ & = \sum (ua + u'a' + Pp + P'p'). \end{aligned} \right.$$

» Considérons maintenant un troisième atome. L'action de cet atome sur le premier donne lieu à une force appliquée en M et à un couple. Soient u_{13}, v_{13}, w_{13} les projections de cette force sur MX, MY, MZ; P_{13}, Q_{13}, R_{13} celles du moment du couple.

» De même, l'action du troisième atome sur le second donne lieu à une force appliquée en M' et à un couple. Soient u_{23}, v_{23}, w_{23} les projections de la force sur M'X', M'Y', M'Z'; P_{23}, Q_{23}, R_{23} celles du moment du couple

» Il faut alors remplacer dans les équations (1)

$$u \text{ par } u + u_{13}, \quad P \text{ par } P + P_{13}, \quad \dots$$

et dans les équations (2)

$$u' \text{ par } u' + u_{23}, \quad P' \text{ par } P' + P_{23}, \quad \dots$$

» Écrivons que la variation de la demi-force vive est égale à la variation de Φ augmentée de la somme des travaux extérieurs; on aura

$$(4) \quad \left\{ \begin{aligned} & \sum \left[\frac{d\Phi}{dx} \frac{dx}{dt} + \frac{d\Phi}{dx'} \frac{dx'}{dt} + \frac{d\Phi}{da} \frac{rb - qc + u + u_{13}}{m} \right. \\ & \quad + \frac{d\Phi}{da'} \frac{r'b' - q'c' + u' + u_{23}}{m'} + \frac{d\Phi}{dp} \frac{(B - C)qr + P + P_{13}}{A} \\ & \quad \left. + \frac{d\Phi}{dp'} \frac{(B' - C')q'r' + P' + P_{23}}{A'} + \frac{d\Phi}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{d\Phi}{d\varphi'} \frac{d\varphi'}{dt} \right] \\ & = \sum [ua + u'a' + Pp + P'p']. \end{aligned} \right.$$

» En tenant compte de (3) cette équation devient

$$\sum \left(\frac{d\Phi}{da} \frac{u_{13}}{m} + \frac{d\Phi}{da'} \frac{u_{23}}{m'} + \frac{d\Phi}{dp} \frac{P_{13}}{A} + \frac{d\Phi}{dp'} \frac{P_{23}}{A'} \right) = 0.$$

» C'est cette équation que je voulais obtenir. C'est une équation fonctionnelle qui est de nature à resserrer dans des limites étroites les actions mutuelles des atomes.

» Je ne puis terminer cette Note sans dire qu'elle m'a été, en partie, inspirée par le désir de préciser les savantes considérations faites par M. Poincaré, sur le principe de Meyer, dans la Préface de son *Traité de Thermodynamique*. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations linéaires à points d'indétermination.* Note de M. **LUDWIG SCHLESINGER**, présentée par M. H. Poincaré.

« Étant donnée une équation linéaire à coefficients rationnels

$$(A) \quad y^{(k)} + p_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + p_0y = 0$$

n'appartenant pas à la classe de M. Fuchs, soient $a, \dots, a_\sigma, \infty$ les points de ramification et A_1, \dots, A_σ les substitutions qu'un système fondamental y_1, \dots, y_n subit quand la variable x tourne autour des points a_1, \dots, a_σ . Nous supposons que ces substitutions, aussi bien que $A_{\sigma+1} = A_1^{-1} \dots A_\sigma^{-1}$, soient telles que toutes les racines de leurs équations fondamentales aient pour module l'unité. D'après un théorème démontré dans une Note que j'avais l'honneur de présenter à l'Académie le 7 mars 1898, on peut construire un système de fonctions z_1, \dots, z_n , qui se comportent régulièrement pour toutes les valeurs de x , excepté les points a_k et ∞ , qui subissent les substitutions A_k quand x tourne autour des points a_k , et qui ne deviennent nulle part indéterminées. Les (z_k) forment donc un système fondamental d'une équation

$$(B) \quad z^{(k)} + q_{n-1}z^{(n-1)} + \dots + q_0z = 0$$

à coefficients rationnels et appartenant à la classe de M. Fuchs, cogrédient avec l'équation (A), c'est-à-dire (cf. mon *Handbuch*, t. II, § 1, p. 113) qu'on aura une relation

$$(C_0) \quad y_k = r_{00}z_k + r_{10}z'_k + \dots + r_{n-1,0}z_k^{(n-1)} \quad (k = 1, 2, \dots, n),$$

les r_{i0} étant des fonctions uniformes (en général non rationnelles) de x .

» En différentiant la relation (C_0) et en tenant compte de l'équation (B), on déduit les relations à coefficients uniformes

$$(C_\lambda) \quad y_k^{(\lambda)} = r_{0\lambda}z_k + r_{1\lambda}z'_k + \dots + r_{n-1,\lambda}z_k^{(n-1)} \quad (\lambda = 1, 2, \dots, n-1),$$

$$(C_n) \quad \begin{cases} y_k^{(n)} = (r'_{0,n-1} - r_{n-1,n-1}q_0)z_k + \dots \\ \quad + (r'_{n-1,n-1} + r_{n-2,n-1} - r_{n-1,n-1}q_{n-1})z_k^{(n-1)}. \end{cases}$$

» Si l'on suppose que le groupe de monodromie θ des équations (A) et (B), groupe composé des A_k comme substitutions fondamentales, soit irréductible (primaire dans le sens de M. JORDAN, *Cours d'Analyse*, t. III, p. 195), l'équation (B) ne peut avoir des intégrales communes avec une équation d'ordre inférieur et à coefficients uniformes; on déduit donc des équations (C_λ) et (A) le système suivant d'équations linéaires du premier ordre et à coefficients rationnels pour les n^2 quantités $r_{i\lambda}$:

$$\begin{aligned} r''_{i\lambda} &= -r_{i-1,\lambda} + r_{n-1,\lambda} q_i - r_{i,\lambda+1}, \\ r'_{i,n-1} &= -r_{i-1,n-1} + r_{n-1,n-1} q_i - p_0 r_{i0} - \dots - p_{n-1} r_{i,n-1} \\ (i &= 0, 1, \dots, n-1; \quad \lambda = 0, 1, \dots, n-2; \quad r_{-1,\lambda} = r_{-1,n-1} = 0). \end{aligned}$$

» Nous avons donc le théorème suivant :

» *Étant donnée une équation (A) n'appartenant pas à la classe de M. Fuchs, on peut trouver une équation (B) appartenant à cette classe et liée à (A) par la relation (C_0) , dont les coefficients sont des fonctions uniformes en x , satisfaisant à un système d'équations différentielles linéaires homogènes, à coefficients rationnels.*

» Soient G, H les groupes de transformations des équations (A), (B); alors, H étant le groupe algébrique le plus étroit contenant le groupe dénombrable θ (cf. *Handbuch*, II, 1, p. 101), H sera contenu dans G comme sous-groupe. Soit $R(z_1, \dots, z_n)$ une expression rationnelle des z_k et de leurs dérivées, admettant les transformations de H , et pas d'autres; cette expression sera une fonction rationnelle de x ; en substituant dans R les y_k au lieu des z_k , l'expression $R(y_1, \dots, y_n)$ ne sera plus rationnelle, mais elle sera encore uniforme en x . Adjoignons cette fonction uniforme au domaine de rationalité de l'équation (A); le groupe de transformation de (A) se réduira à H (cf. VESSIOT, *Thèses*, V, 1); toute expression rationnelle des y_k admettant le groupe de monodromie θ sera donc rationnellement connue. L'expression $R(y_1, \dots, y_n)$ satisfait à une équation différentielle à coefficients rationnels en x (VESSIOT, *l. c.*, III, 4). Nous pouvons donc dire :

» *En adjoignant à l'équation (A) une certaine fonction uniforme de x , satisfaisant à une équation différentielle à coefficients rationnels, chaque expression des y_k et de leurs dérivées qui est fonction uniforme de x sera rationnellement connue; l'équation (A) se comporte donc, après cette adjonction, comme une équation de la classe de M. Fuchs.* »

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la théorie des équations de la Physique mathématique.* Note de M. S. ZAREMBA, présentée par M. H. Poincaré.

« Rapportons l'espace à un système de coordonnées rectangulaires x, y, z et considérons p fonctions réelles f_1, f_2, \dots, f_p des variables x, y, z admettant des dérivées premières continues dans toute l'étendue d'un domaine (D) limité par une surface fermée (S). Désignons par $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, p$ constantes, posons

$$f(x, y, z) = \sum_{i=1}^p \alpha_i f_i,$$

et considérons les intégrales

$$A = \int_{(D)} \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right)^2 \right] dt,$$

$$B = \int_{(S)} f^2 ds,$$

où dt et ds représentent respectivement un élément de volume et un élément de surface et où les intégrations doivent être étendues à tout le domaine (D) et à toute la surface (S).

» M. Leroy a démontré, le premier, que l'on pouvait disposer des constantes α_i de façon à avoir

$$(1) \quad \frac{A}{B} > L_p$$

où L_p est un nombre qui croît indéfiniment en même temps que l'entier p . Depuis, M. Stekloff s'est aussi occupé de cette proposition, mais il ne semble pas que l'on ait réussi à se débarrasser de l'hypothèse que les diverses nappes dont peut se composer la surface (S) soient chacune analytique.

» Il y a donc intérêt à démontrer que ce théorème, si riche en conséquences, a lieu sous l'unique condition que la surface (S) admette en chacun de ses points des rayons de courbure principaux parfaitement déterminés. On peut y arriver comme il suit :

» Soit m un nombre positif supérieur à un certain nombre m_0 ne dépendant que de la nature de la surface (S). Il est aisé de conclure, des résul-

tats que j'ai établis dans mon Mémoire *Sur l'équation* $\Delta u + \xi u + f = 0$ *et sur les fonctions harmoniques* (*Annales de l'École Normale*, 1899), que l'on aura, quelles que soient les a_i ,

$$(2) \quad \frac{\int_{(D)} \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right)^2 + m^2 f^2 \right] dt}{\int_{(S)} f^2 ds} > cm,$$

où C est une constante ne dépendant que de la surface (S) . D'autre part, M. Poincaré a prouvé qu'en disposant convenablement des constantes α_i , on aura

$$(3) \quad \frac{\int_{(D)} \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right)^2 \right] dt}{\int_{(D)} f^2 dt} > E q^2,$$

où E est une constante ne dépendant que de la nature de la surface (S) et q un entier, non négatif, vérifiant l'inégalité

$$nq^2 + 1 \leq p,$$

où n est un entier ne dépendant que de la surface (S) .

» Si le nombre p est assez grand, on pourra prendre $m = q$. Les inégalités (2) et (3) donneront alors

$$\frac{A}{B} = \frac{\int_{(D)} \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right)^2 \right] dt}{\int_{(S)} f^2 ds} > \frac{C}{1 + \frac{1}{E}} q,$$

inégalité qui exprime le théorème qu'il s'agissait de démontrer. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur la valeur absolue des éléments magnétiques au 1^{er} janvier 1901.* Note de M. TH. MOUREAUX, présentée par M. Mascart.

« Les observations magnétiques ont été continuées régulièrement et sans lacunes, pendant l'année 1900, dans les observatoires du Parc Saint-Maur, de Perpignan et de Nice. Les trois stations sont pourvues d'appareils identiques : un magnétographe de M. Mascart et des boussoles de

Brunner pour la mesure absolue de la déclinaison, de l'inclinaison et de la composante horizontale. Les courbes de variations, dont les repères sont fréquemment vérifiés, sont dépouillées pour chaque heure du jour.

» Le développement récent des lignes de tramways électriques dans la banlieue est de Paris, a rendu très difficile le dépouillement des courbes magnétiques à l'observatoire du Parc Saint-Maur, le champ terrestre étant troublé par les courants dérivés dus au retour du courant principal par la terre. Préoccupé de cette situation, M. Mascart a obtenu la concession de la propriété domaniale du *Val Joyeux*, située à Villepreux (Seine-et-Oise), en vue d'y continuer les études de magnétisme terrestre établies en 1882 au Parc Saint-Maur. Un pavillon vient d'être construit dans cette nouvelle station, et un magnétographe y fonctionne régulièrement depuis le 26 décembre.

» Les valeurs des éléments magnétiques au 1^{er} janvier 1901, pour les quatre stations, sont déduites de toutes les valeurs horaires relevées le 31 décembre 1900 et le 1^{er} janvier 1901, rapportées à des mesures absolues faites aux dates qui précèdent et suivent immédiatement le 1^{er} janvier.

» Les observations de Perpignan continuent d'être faites par M. Cœurdevache, sous la direction de M. le D^r Fines, et celles de Nice par M. Auvergnon. Au Val Joyeux, elles ont été confiées, sous ma direction, à M. Itié, aide-météorologiste, attaché depuis dix ans au service magnétique.

Valeurs absolues des éléments magnétiques au 1^{er} janvier 1901.

	Parc Saint-Maur.	Val Joyeux.	Perpignan.	Nice.
Longitude.....	0° 9' 23" E	0° 19' 23" O	0° 32' 45" E	4° 57' 48" E
Latitude nord.....	48° 48' 34"	48° 49' 16"	42° 42' 8"	44° 43' 17"
Déclinaison occidentale ..	14° 43' 78	15° 14' 40	13° 34' 77	11° 57' 95
Inclinaison.....	64° 51' 9	64° 59' 9	59° 57' 5	60° 9' 0
Composante horizontale..	0,19755	0,19662	0,22450	0,22425
Composante verticale...	0,42106	0,42161	0,38819	0,39077
Composante nord.....	0,19106	0,18971	0,21822	0,21938
Composante ouest.....	0,05023	0,05168	0,05271	0,04650
Force totale.....	0,46510	0,46520	0,44844	0,45054

» La différence de longitude entre le Val Joyeux et le Parc Saint-Maur étant de 29', les déclinaisons devraient différer seulement de 13' environ : l'écart observé est de 30'6. D'autre part, la latitude des deux stations est sensiblement la même et leur distance est faible (36^{km}) ; l'inclinaison et la

composante horizontale devraient avoir à peu près la même valeur dans les deux stations; or, au Val Joyeux, l'inclinaison est plus grande de 8' et la composante horizontale plus faible de 0,00093 qu'au Parc Saint-Maur. Ces écarts tiennent au fait que le nouvel observatoire est situé dans la région soumise à l'anomalie magnétique du bassin de Paris.

» La variation séculaire des différents éléments résulte de la comparaison entre les valeurs actuelles et celles qui ont été données pour le 1^{er} janvier 1900 (¹).

Variation séculaire des éléments magnétiques en 1900.

	Parc Saint-Maur.	- Perpignan.	Nice.
Déclinaison	— 3', 78	— 5', 48	— 3', 48
Inclinaison	— 3', 3	— 2', 0	— 1', 4
Composante horizontale	+ 0,00044	+ 0,00029	+ 0,00009
Composante verticale	— 0,00011	— 0,00002	— 0,00022
Composante nord	+ 0,00048	+ 0,00036	+ 0,00014
Composante ouest	— 0,00010	— 0,00028	— 0,00023
Force totale	+ 0,00009	+ 0,00013	— 0,00015

» De 1883 à 1898, d'une manière générale, la variation séculaire de la déclinaison était plus grande et celle de l'inclinaison plus faible dans le nord que dans le midi de la France : c'est le contraire depuis deux années. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur un nouveau phosphure de tungstène.* Note de M. ED. DEFACQZ, présentée par M. H. Moissan.

« Dans une Communication précédente (²), nous avons démontré que la plupart des métaux décomposaient totalement le biphosphure amorphe, TuP^2 ; l'action du phosphure de cuivre sur ce même composé nous a fait voir que, cette fois, la décomposition n'était que partielle et que, de plus, la combinaison ainsi formée était soluble dans le cuivre phosphoré; l'acide azotique l'isole cristallisé.

» Nous avons alors eu l'idée, pour préparer ce phosphure de tungstène cristallisé, d'appliquer la méthode indiquée par M. Lebeau (³) pour la

(¹) *Comptes rendus*, t. CXXX, p. 65; 1900.

(²) ED. DEFACQZ, *Comptes rendus*, t. CXXX, p. 915.

(³) LEBEAU, *Comptes rendus*, t. CXXVIII, p. 933.

préparation de quelques siliciures métalliques et qui a donné de si bons résultats à M. Maronneau ⁽¹⁾ pour obtenir les phosphures de fer, de nickel, de cobalt, de chrome : le procédé consistait à faire agir au four électrique le métal du phosphure que l'on désire obtenir avec du phosphure de cuivre. Mais, pour nous, quel que soit l'état dans lequel le tungstène est employé : que ce soit du carbure ou du métal préalablement préparé au four électrique et pulvérisé, ou du métal pulvérulent provenant de la réduction de l'acide tungstique par l'hydrogène, on n'obtient, en attaquant la masse fondue provenant du four électrique par l'acide azotique dilué, qu'une poudre métallique; quelle que soit la durée de la chauffe, le résultat est identique. Cette poudre ne contient pas de phosphore. Le phosphure de tungstène cristallisé n'est donc pas stable à la température d'ébullition du cuivre.

» Nous avons alors répété l'expérience à la température la plus haute que puisse nous donner un bon four à vent; après dissolution du cuivre phosphoré dans l'acide azotique dilué, il nous est resté une poudre constituée par de beaux cristaux prismatiques et une matière à aspect cristallin : c'est un mélange de phosphure de tungstène et de métal. Il existe donc un état d'équilibre entre le tungstène, le phosphure de tungstène, le cuivre et le phosphure de cuivre; le phosphure se dissocie, sa température de décomposition est voisine de celle de sa formation.

» Nous avons alors repris et poursuivi l'étude de l'action du phosphure de cuivre sur le phosphure amorphe; il était à penser que le phosphore libre provenant de la décomposition du phosphure amorphe romprait l'état d'équilibre; nous avons obtenu, en effet, un composé cristallisé répondant à la formule TuP .

» *Préparation.* — On prend :

Phosphure de tungstène amorphe.....	1 partie
Phosphure de cuivre.....	20 à 30 parties

» Le phosphure de cuivre est pulvérisé aussi fin que possible et mélangé avec le phosphure amorphe; on place le mélange dans un creuset de porcelaine muni de son couvercle, il est introduit dans un creuset en plombagine et entouré de noir de fumée ou de charbon de bois finement pulvérisé; ce creuset, également fermé, est alors placé dans un troisième en terre et entouré de charbon; le dernier creuset est fermé et son couvercle luté; c'est le dispositif que nous avons du reste employé pour étudier l'ac-

(1) MARONNEAU, *Comptes rendus*, t. CXXX, p. 656.

tion des métaux ou des combinaisons métalliques sur les phosphures et arséniures de tungstène.

» On place le tout au four à vent et l'on chauffe pendant 4^h au charbon de cornue. On laisse le creuset se refroidir dans le four même et l'on obtient une masse d'aspect extérieur cristallisé.

» On traite le culot par l'acide azotique étendu; il se sépare de beaux cristaux de phosphure; le rendement est bon, mais comme on ne peut opérer que sur peu de substance à la fois, la préparation est pénible. De plus, comme il est difficile de régler l'allure du four et la durée de la chauffe, on obtient encore assez souvent un résidu cristallin qui semble homogène, mais qui, examiné au microscope, contient avec les prismes de petits noirs de métal.

» *Propriétés.* — C'est un corps cristallisé, de forme prismatique, gris à reflet métallique.

» Sa densité est de 8,5.

» Il est inattaquable à l'air à la température ordinaire, mais se transforme au rouge, sans incandescence, en acide tungstique verdâtre; quand on le chauffe dans un courant d'oxygène, il donne alors de l'oxyde bien jaune.

» Le chlore l'attaque vers le rouge, il y a formation de chlorure de phosphore et d'hexachlorure de tungstène.

» L'hydrogène n'a pas d'action à la température de 900°.

» Mélangé à du cuivre et chauffé vers 1200°, avec le dispositif dont nous avons parlé précédemment, il se décompose pour donner du cuivre phosphoré et du tungstène métallique; si on le chauffe dans les mêmes conditions avec du phosphure de cuivre à la température la plus élevée que puisse fournir le four à vent, après dissolution du phosphure de cuivre dans l'acide azotique on obtient des cristaux de phosphure de tungstène mélangés de métal,

» Il est inattaquable par l'acide fluorhydrique en solution et par l'acide chlorhydrique en solution et gazeux; il est lentement oxydé par l'acide azotique à chaud, le mélange d'acide fluorhydrique et azotique le dissout rapidement à la moindre élévation de température, de même que l'eau régale, mais pour cette dernière l'ébullition prolongée donne un précipité d'acide tungstique.

» La potasse ou la soude employées en solution n'ont aucune action; elles le transforment en tungstate et phosphate alcalins quand elles sont déshydratées et qu'elles sont en fusion tranquille; le bisulfate de potassium ne l'attaque que lentement; par contre, les mélanges oxydants d'azotate et de carbonate de potassium ont une action très rapide vers leur point de fusion.

» *Analyse.* — La méthode que nous avons suivie est la même que celle que nous avons indiquée pour le biphosphure TuP^2 ; elle nous a donné les chiffres suivants :

	Trouvé.		Calculé pour TuP .
	I.	II.	
Tu.....	»	86,07	85,58
P.....	13,90	13,71	14,41

» En résumé, le phosphure de cuivre fondu avec le biphosphure de

tungstène donne, vers 1200°, un nouveau phosphore cristallisé que l'on peut isoler facilement et de formule TuP . »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur quelques propriétés du peroxyde de sodium*. Note de M. **GEORGÉ-F. JAUBERT**, présentée par M. H. Moissan.

« On trouve dans la littérature chimique les observations les plus contradictoires sur le peroxyde de sodium. Si l'on ouvre le Dictionnaire de Wurtz à l'article *Sodium*, on trouve, tome II, page 1518, au paragraphe traitant des oxydes de ce métal, la phrase suivante : « Ce composé (le » peroxyde de sodium) est d'un blanc pur, et jaunit momentanément » sous l'influence de la chaleur. Il tombe lentement en déliquescence à » l'air, mais se solidifie de nouveau après s'être transformé en carbonate. » Cette phrase contient de nombreuses inexactitudes :

» 1° *Le bioxyde de sodium n'est pas d'un blanc pur, mais il est franchement jaune clair*. J'ai pu m'en convaincre par l'examen d'un grand nombre d'échantillons de provenances les plus diverses. Les échantillons d'un blanc pur contenaient tous une très grande proportion d'hydrate ou de carbonate et, tout naturellement, avaient une teneur en oxygène bien inférieure à celle qu'exige la formule Na^2O^2 .

» J'ai préparé du peroxyde de sodium en oxydant, dans un courant d'oxygène pur et sec, du sodium métallique refondu, contenu dans une grande nacelle d'argent. Le peroxyde de sodium qui restait dans la nacelle après l'oxydation se présentait sous forme d'une poudre *jaune*, il en était de même du peroxyde de sodium sublimé que l'on trouvait à la fin de l'opération dans les parties froides de l'appareil.

» L'expérience était faite dans un tube en verre peu fusible, de 45^{mm} de diamètre intérieur et de 50^{cm} de longueur. Le tube était placé dans une grille à analyse, et de l'oxygène pur et sec arrivait à une extrémité et s'échappait par l'autre en traversant une série de flacons vides, secs et refroidis, destinés à condenser les fumées et à retenir le peroxyde sublimé. Pour amorcer l'oxydation on chauffe le sodium jusqu'à ce qu'il commence à s'enflammer dans l'air du tube, puis on éteint les becs de la grille et l'on fait arriver l'oxygène *avec précaution*, l'oxydation étant très violente. La réaction se continue alors d'elle-même. La nacelle d'argent est fortement attaquée.

» La couleur jaune du peroxyde de sodium se fonce encore sous l'action de la chaleur. C'est ainsi que du peroxyde de sodium chauffé sur une lame d'argent devient jaune, puis jaune foncé, puis brun, pour redevenir

jaune clair par le refroidissement. Le peroxyde de sodium peut être facilement fondu dans un creuset d'argent; on obtient ainsi une liqueur de couleur de café noir. Le creuset est fortement oxydé, et si l'on pèse le creuset avant et après l'opération, on trouve pour un creuset de 30^{gr}, par exemple, une perte d'argent qui peut atteindre plusieurs décigrammes.

» 2° *Le peroxyde de sodium ne tombe pas en déliquescence à l'air et, par cela même, ne peut pas se solidifier à nouveau.*

» Du peroxyde de sodium exposé *plusieurs années* à l'air libre, dans mon laboratoire, n'est jamais tombé en déliquescence. De jaune paille qu'il était au commencement, il devint blanc en se transformant en carbonate.

» J'ai fait de nombreux essais en contrôlant presque jour par jour cette transformation au moyen de la balance. Voici le compte rendu d'un de ces essais : Le 24 février 1899, 10^{gr} de peroxyde de sodium sont placés dans une capsule tarée à l'air libre du laboratoire. Le peroxyde ne tarde pas à s'hydrater et à se carbonater; le Tableau suivant résume les faits observés :

Date.	Poids (tare déduite).
	^{gr}
24 février 1899	10,00
26 » 	14,25
28 » 	18,05
5 mars 1899.....	19,55
30 » 	21,25
6 juillet 1899.....	21,95

» Le produit final obtenu ne contient plus du tout d'oxygène actif.

» Si l'on fait cette expérience dans des conditions telles que l'anhydride carbonique de l'air n'intervienne pas, on arrive à des résultats en tous points différents sur lesquels j'aurai l'honneur de revenir dans une prochaine Note. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Composition de l'hydrure et de l'azoture de thorium.*

Note de MM. C. MATIGNON et M. DELÉPINE.

« Chydenius a mis en évidence l'existence d'un azoture de thorium, en faisant agir l'ammoniaque sur le chlorure (¹). M. Moissan a obtenu ce même corps, par l'action de l'ammoniaque sur le carbure (²). L'un de nous

(¹) *Jahresbericht*, p. 194; 1863.

(²) *Le four électrique*, p. 320.

a établi que le métal se combine directement à l'azote ⁽¹⁾. Enfin Winkler a démontré l'existence d'un hydrure de thorium ⁽²⁾. Nous nous sommes proposé de fixer la composition de ces deux combinaisons du thorium, en les préparant à partir du métal.

» *Chlorure de thorium.* — Pour obtenir le thorium à partir du chlorure par la méthode de Chydenius, le chlorure a été préparé par deux méthodes :

» 1° Par l'action simultanée de l'oxyde de carbure et du chlore bien secs sur l'oxyde chauffé dans un tube de porcelaine ;

» 2° Par l'action du tétrachlorure de carbone sur le même oxyde maintenu au rouge dans un tube de verre peu fusible.

» Le premier procédé donne lentement un produit très pur ; le second permet d'obtenir rapidement de grandes quantités de chlorure contenant encore de la thorine sous la forme d'oxychlorure soluble.

» Le thorium préparé à partir de ce dernier chlorure, par l'action du sodium employé en quantité théorique ou en excès, est fortement souillé de thorine, irréductible par le métal alcalin. Celui qui nous a servi dans nos expériences renfermait seulement 74 pour 100 de métal, comme l'indique la quantité d'hydrogène dégagé par l'action de l'acide chlorhydrique concentré (142^{cc},8 par gramme au lieu de 192^{cc}).

» *Hydrure.* — Le thorium chauffé au rouge sombre se combine à l'hydrogène avec incandescence, en donnant un corps que l'eau ne décompose pas ; l'acide chlorhydrique, surtout à chaud, l'attaque en dégageant de l'hydrogène ayant un volume double de celui qui serait fourni par le métal avant la réaction. 1^{er} de métal brut dégageant 142^{cc},8 a donné après l'action de l'hydrogène, dans deux expériences distinctes, 282^{cc},7 et 285^{cc},6 ; ce qui conduit à la formule ThH^4 pour l'hydrure.

» L'augmentation de poids du métal conduit au même résultat : 1^{er},63202 de thorium à 74 pour 100, renfermant, par conséquent, 1,2063 de métal pur, ont fixé 0,0204 d'hydrogène, soit une augmentation de 1,70 pour 100, au lieu de 1,72 pour 100 calculé pour ThH^4 .

» Enfin un dosage d'hydrogène effectué en présence d'oxyde de cuivre a donné le résultat suivant :

	Trouvé.	Calculé pour ThH^4 .
Pour 100.....	14,5	15,2

» L'hydrure est très facilement dissociable ; quand on le chauffe dans un petit tube en présence de l'air, il donne lieu régulièrement à une explosion qui précède toujours la combustion du métal (explosion due à la mise en liberté de l'hydrogène).

» *Azoture.* — Avec l'azote, il est nécessaire de chauffer un peu plus fort pour obtenir la combinaison. L'azoture formé, non dissociable au rouge comme le précédent,

(1) *Comptes rendus*, t. CXXXI, p. 837.

(2) *Berichte*, t. XXIV, p. 885.

correspond à la formule Th^3Az^4 . L'augmentation de poids par suite de la fixation de l'azote est de 8,19 pour 100 (calculé pour Th^3Az^4 , 8,04). Enfin, l'ammoniaque engendrée par l'action successive de l'acide chlorhydrique et de la potasse a été trouvée égale à 7,04 (calculé 7,46).

» L'eau ne décompose l'azoture que lentement à froid, plus rapidement à chaud, d'après l'équation



» Ces deux corps brûlent tous deux dans l'oxygène sans donner la vive incandescence du thorium. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelles réactions des dérivés organométalliques.*

Note de M. E.-E. BLAISE, présentée par M. A. Haller.

« On peut admettre que les dérivés halogénés des corps les plus divers, susceptibles d'entrer en condensation en présence d'un élément métallique, réagissent en tant que composés organométalliques, bien que ceux-ci ne puissent être isolés, en général. Le terme de *dérivé organométallique* prend ainsi un sens beaucoup plus large, justifié par le parallélisme des réactions observées.

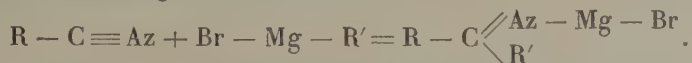
» Les condensations actuellement connues des dérivés organométalliques consistent, en général, en une fixation de ces dérivés sur une double liaison entre le carbone et l'oxygène; c'est ce qui a lieu pour les fonctions aldéhyde, cétone, éther sel, chlorure d'acide. Si telle était l'économie de la réaction, d'autres fonctions devaient être susceptibles de se condenser avec les radicaux organométalliques, et il y avait lieu d'étudier à ce point de vue les réactions de ces dérivés sur les fonctions nitrile, où le carbone s'unit à l'azote par trois valences, sur les fonctions carbure non saturé, et enfin sur les éthers isocyaniques dans lesquels le carbone échange simultanément deux valences avec l'azote et l'oxygène.

» Ce sont ces diverses condensations que je me suis proposé de réaliser et, dans cette Note préliminaire, je me bornerai à indiquer dans leur ensemble les résultats obtenus.

» Mes premières recherches ont toutes été effectuées au moyen des dérivés organométalliques du zinc, mais M. Grignard ayant indiqué récemment (*Comptes rendus*, t. CXXX, p. 1322) qu'on peut remplacer le zinc par le magnésium, j'ai donné la préférence à cette méthode, extrêmement pratique, chaque fois qu'il s'est agi d'un dérivé halogéné alcoolique.

» Cependant j'ai conservé l'usage du zinc pour toutes les condensations où les éthers des acides gras bromés entrent en jeu.

» La réaction des dérivés organométalliques sur les nitriles peut s'exprimer par le schéma général suivant :



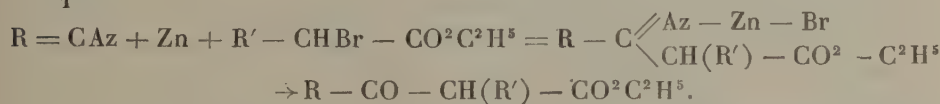
» On obtient donc un dérivé iminé qui, décomposé par les acides étendus, fournit un corps à fonction cétonique



» En condensant les nitriles aromatiques avec les iodures alcooliques, en présence du magnésium, j'ai préparé quelques cétones nouvelles, ainsi que les semi-carbazones correspondantes. Il est à remarquer que les nitriles substitués en ortho réagissent plus difficilement que ceux dans lesquels le groupement substituant est en position para.

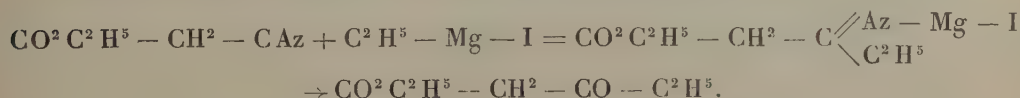
» Comme les nitriles aromatiques, les nitriles de la série grasse fournissent des cétones lorsqu'on les traite par les dérivés organométalliques.

» Les éthers des acides gras α bromés réagissent également sur les nitriles, en présence du zinc, et l'on obtient, dans ce cas, des éthers β -cétoniques



» Cette nouvelle méthode est très générale, en ce qu'elle permet de faire varier à volonté les deux parties de la molécule séparées par la fonction cétonique.

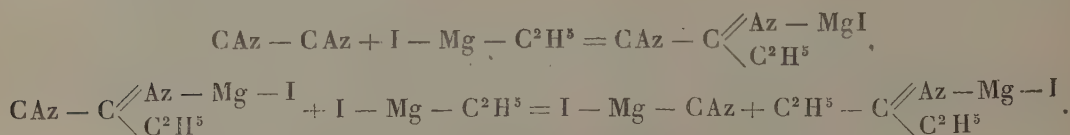
» Cependant, elle serait encore incomplète, car le bromacétate d'éthyle qui conduirait aux éthers β -cétoniques non substitués en α fournit en réalité des produits de condensation plus avancée. On peut tourner cette difficulté, car ces éthers s'obtiennent en condensant le cyanacétate d'éthyle avec les iodures alcooliques, en présence du magnésium :



» Ce procédé présente un certain intérêt, car aucune méthode générale

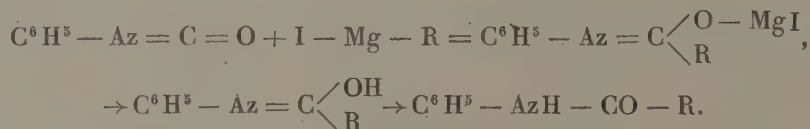
ne permettait, jusqu'à ces derniers temps, de préparer les éthers acidylacétiques de la série grasse. Je rappelle cependant que M. Bouveault a indiqué récemment (*Comptes rendus*, t. CXXXI, p. 45), leur formation par décomposition des éthers acidylacétylacétiques. Dans la série aromatique, outre le procédé classique de M. Claisen, M. A. Haller ⁽¹⁾ en a indiqué un qui permet d'obtenir certains de ces corps en partant des composés du type cyanacétophénone. Il est vraisemblable que la condensation des iodures alcooliques avec le cyanocarbonate d'éthyle fournira de même les acides α -cétoniques.

» Enfin, j'ai examiné également, parmi les dinitriles, l'action du cyano-gène sur les dérivés organométalliques. La condensation s'effectue aisément, avec les iodures alcooliques, en présence du magnésium, et donne naissance à une cétone



» Elle se produit également avec les éthers des acides gras bromés et fournit des dérivés que j'étudie actuellement.

» De même que les nitriles, les éthers isocyaniques réagissent facilement sur les dérivés organométalliques. On obtient des anilides, lorsqu'on opère avec l'isocyanate de phényle et les iodures alcooliques, en présence du magnésium :



» Il y a également condensation lorsqu'on opère avec les éthers des acides bromés et je me propose d'étudier cette réaction et d'en suivre la marche en faisant varier la position de l'élément halogène dans la molécule acide.

» Enfin, j'ai tenté de condenser les dérivés organométalliques avec le caprylène, l'hexylène et le phénylacétylène; mais, dans les conditions ha-

(¹) A. HALLER, *Comptes rendus*, t. CVIII, p. 1116.

bituelles, je n'ai obtenu aucun résultat. Il est possible cependant que la réaction s'effectue à température élevée.

» On voit, en somme, que les recherches précédentes conduisent à de nouvelles méthodes de synthèse pour les cétones, les éthers β -cétoniques et les acides, et peut-être aussi pour les acides α -cétoniques et les acides bibasiques.

» Je me réserve d'ailleurs l'étude des différents points qui ont été indiqués dans cette Note. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de la méthylacétylacétone et de l'éthylacétylacétone sur les chlorures diazoïques.* Note de M. G. FAVREL, présentée par M. A. Haller.

« Dans une Note antérieure, j'ai montré que les chlorures bisdiazoïques réagissaient sur l'acétylacétone, en solution acétique ou alcaline, pour fournir des corps auxquels il convient d'attribuer des formules qui les représentent comme des hydrazones.

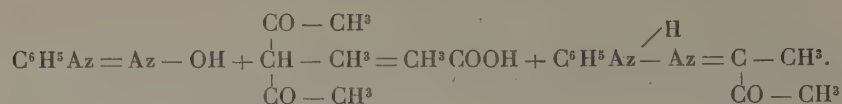
» Cette constitution est d'autant plus vraisemblable que Claisen et Beyer ont obtenu, par l'action du chlorure de diazobenzène sur l'acétylacétone, un corps cristallisé ayant la composition de la benzèneazoacétylacétone et qu'ils ont reconnu plus tard être de la phénylhydrazoneacétylacétone. Ce corps, en réagissant sur une deuxième molécule de chlorure de diazobenzène, donne finalement un dérivé formazylique.

» Quoi qu'il en soit, on pouvait espérer que les alcoylacétylacétones réagiraient sur les chlorures diazoïques et donneraient des produits dont la comparaison avec ceux que l'on peut préparer indirectement permettrait d'apporter un argument nouveau en faveur de la constitution indiquée par Claisen et Beyer. C'est dans ce but que j'ai entrepris cette étude.

» Après avoir diazoté 100^{cc} de solution normale d'aniline et y avoir ajouté de l'acétate de soude en excès, on y verse 11^{gr},40 de méthylacétylacétone. Le mélange, agité vivement et maintenu à zéro, ne tarde pas à se troubler et laisse déposer, au bout de vingt-quatre heures, un dépôt cristallin coloré.

» Après essorage et cristallisation dans l'alcool méthylique froid, on obtient des petits cristaux jaunes friables qui offrent la composition centésimale de la phényl-

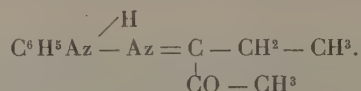
hydrazone du diacétyl qui se produirait d'après l'équation suivante :



» Cette opinion est confirmée par le fait que le point de fusion : 134° de ce corps est identique à celui du produit obtenu par von Pechmann, d'une part, en faisant réagir la phénylhydrazine sur le diacétyl, et par Japp et Klingemann en faisant agir le chlorure de diazobenzène sur l'acide méthylacétoacétique.

» En remplaçant dans la préparation précédente la méthylacétylacétone par une quantité équimoléculaire d'éthylacétylacétone, on obtient, après cristallisation, un corps fondant à 117°. Ce point de fusion est identique à celui du produit obtenu par Japp et Klingemann, en partant du chlorure de diazobenzène et de l'acide éthylacétoacétique.

» On doit dès lors lui attribuer, comme au précédent, la formule d'une hydrazone qui est la suivante :



» Enfin, en remplaçant le chlorure de diazobenzène par les chlorures de diazoorthotolyl, diazoparatolyl, on obtient des corps fondant respectivement à 130° d'une part et 119°-120° de l'autre et présentant la composition des hydrazones correspondantes du diacétyl.

» Quant aux chlorures bisdiazotiques dérivés de la benzidine et homologues, si on les met en présence de la méthylacétylacétone en solution acétique, on obtient, après purification, les dihydrazones du diacétyl et avec l'éthylacétylacétone celles du propionylacétyl. On peut ainsi obtenir :

» La diphenyldihydrazone du diacétyl fondant à 283°-284°;

» La diphenyldihydrazone du propionylacétyl fondant à 265°-268°.

» En résumé, les chlorures diazotiques réagissent sur la méthylacétylacétone ou sur l'éthylacétylacétone avec élimination d'une molécule d'acide acétique et formation d'une hydrazone, par suite de l'union du diazotique avec ce qui reste de l'acétylacétone et transposition moléculaire consécutive.

» Cette réaction est à rapprocher de celle des éthers cyanacétiques à radicaux acides substitués, et des éthers acétylacétiques alcoylés sur les chlorures diazotiques.

» Dans tous les cas les chlorures diazotiques se comportent à l'égard de ces éthers et des acétylacétones substitués comme le feraient des bases fortes qui en enlèvent le groupe acétyl. »

ZOOLOGIE. — *Sur l'embryologie du Tænia serrata.*

Note de M. G. SAINT-REMY, présentée par M. Edm. Perrier.

« Après le développement de l'œuf des *Anoplocephalinæ* (*Comptes rendus*, t. CXXX, p. 930), j'étudie maintenant le développement embryonnaire du *Tænia serrata* Gœze, de la sous-famille des *Tæniinæ*, dont les phénomènes présentent quelques différences. Ce type a déjà été l'objet de recherches simultanément de la part de Moniez ⁽¹⁾ et de Ed. van Beneden ⁽²⁾. Les premiers stades, qui n'avaient pas été complètement élucidés, m'ont fourni les résultats les plus intéressants. Je crois que la description donnée par van Beneden de l'œuf jeune, non segmenté, n'est pas exacte et se rapporte en réalité à un stade un peu plus avancé. Ici la coque apparaît assez tard, comme l'a vu Moniez; aussi ne trouve-t-on pas dans son intérieur de corpuscules chromatiques assimilables à des globules polaires. Cette formation tardive de la coque rend plus difficile, dans la dissociation des anneaux, la mise en liberté des œufs non segmentés, et je n'ai pu en trouver dans mes préparations. Il est fort vraisemblable qu'ils offrent, sauf la coque, la même constitution que les œufs des Anoplocéphales. Le stade le plus jeune que j'aie rencontré représente un ensemble de deux éléments très dissemblables, accolés l'un à l'autre sans être enfermés dans une enveloppe commune.

» L'un est une petite cellule dont le protoplasma renferme des granulations et un petit noyau riche en chromatine; on peut la distinguer sous le nom de *cellule embryonnaire principale*.

» L'autre élément est une cellule sphérique très volumineuse, mais dont le protoplasma se réduit à une couche périphérique renfermant un petit noyau également très chromatique, toute la partie centrale étant occupée par une grosse masse globuleuse de vitellus nutritif: je désignerai ce gros élément sous le nom de *cellule vitellophage*; il correspond évidemment au *blastomère homogène* ou *globe embryogène* de van Beneden. Son rôle est de détruire le vitellus, en s'en nourrissant, pour le mettre sous une forme plus assimilable, probablement liquide, à la disposition des

(¹) MONIEZ, *Mémoire sur les Cestodes* (Thèse de doctorat ès sciences, Paris, 1881).

(²) ED. VAN BENEDEN, *Recherches sur le développement embryonnaire de quelques Ténias* (*Archives de Biologie*, t. II, 1881).

éléments embryonnaires proprement dits. Pour cela il accroît d'abord le volume de son protoplasma aux dépens du vitellus, puis son noyau se divise, et plus tard le protoplasma à son tour; celui-ci, en se scindant, partage en deux la sphère vitelline, dont la présence, mais non la nature, avait été reconnue par van Beneden (corps lenticulaire).

» L'une des deux cellules ainsi formées se divise encore. Il y a finalement en tout trois cellules vitellophages, volumineuses, avec un gros noyau vésiculeux et une lentille vitelline qui diminue progressivement et enfin disparaît. On y remarque aussi une autre inclusion, un gros globule, qui se forme et grossit d'abord pour disparaître ensuite complètement, probablement une accumulation temporaire de substance vitelline modifiée. Ces trois cellules correspondent aux deux éléments qui, chez les *Anoplocephala*, se chargent de détruire le vitellus, mais en pénétrant dans sa profondeur et y envoyant un réseau protoplasmique. Ici également, lorsque leur rôle vitellophage est terminé, leur noyau s'altère, leur protoplasma s'étale sur l'ensemble des autres cellules embryonnaires et leur forme une sorte d'enveloppe externe destinée à se détruire. C'est l'homologue de l'enveloppe externe des *Anoplocéphalinés* et des *Bothriocéphaliens*; elle ne prend aucune part, au point de vue anatomique, à la constitution de l'embryon.

» Pendant ces transformations, la cellule embryonnaire principale s'est divisée de son côté dès le début. L'une des cellules filles grossira considérablement en se chargeant de gouttelettes réfringentes de plus en plus volumineuses, solubles dans le toluène : c'est la *cellule granuleuse* décrite par van Beneden; son rôle reste inconnu et semble être d'emmagasiner des résidus de la nutrition; vers la fin du développement de l'œuf, elle est énorme, mais le protoplasma n'y représente qu'une trame insignifiante dans laquelle est situé le noyau très petit. Cette cellule granuleuse n'entre pas non plus dans la constitution de l'embryon. Elle n'est pas représentée chez les *Anoplocephala*, mais là il s'accumule des gouttelettes semblables dans les vieilles cellules vitellophages (enveloppe externe). L'embryon hexacanthé et sa coque spéciale se développent aux dépens de l'autre cellule fille, qui se multiplie abondamment pour former un amas de petites cellules filles; comme l'a fait voir van Beneden, il se détache trois éléments qui s'étalent à la surface du groupe, fusionnant leurs protoplasmas et grossissant beaucoup de façon à constituer, comme chez les *Anoplocéphales*, une enveloppe épaisse dans laquelle les trois noyaux ne tardent pas à se détruire. Elle se contracte en augmentant sa cavité et donne nais-

sance à la coque chitineuse par une différenciation qui progresse de dehors en dedans et débute par l'apparition d'une assise périphérique de granulations très réfringentes.

» Cette coque acquiert peu à peu son épaisseur et son aspect bien connus. Dans sa cavité assez vaste, les autres cellules embryonnaires, qui se sont multipliées en diminuant de volume, constituent l'embryon dans lequel apparaissent les trois paires de crochets. Les trois cellules vitellophages et la cellule granuleuse se détruisent, ainsi que la coque de l'œuf, et laissent libre l'embryon dans sa coque propre. »

GÉOLOGIE. — *Sur la découverte d'une racine des Préalpes suisses.*

Note de M. MAURICE LUGEON, présentée par M. Marcel Bertrand.

« Les Préalpes suisses et celles du Chablais ont fait l'objet, dans ces dernières années, de plusieurs travaux, dans lesquels les auteurs essayaient de déterminer l'origine de cette région si singulière qui avance sur l'ensemble de la chaîne des Alpes et qui présente des particularités stratigraphiques.

» Cette zone alpine repose partout sur des terrains plus jeunes; aussi a-t-on émis l'hypothèse que les Préalpes n'étaient pas en place, mais qu'elles faisaient partie d'une grande nappe de charriage descendue de l'intérieur des Alpes vers la région mollassique. D'autre part, l'ancienne conception des Préalpes en place a été soutenue avec vigueur.

« Dans mon Ouvrage *Sur la région de la Brèche du Chablais*, j'ai montré que les Préalpes étaient formées par quatre zones totalement indépendantes. J'ai essayé de prouver, sans cependant arriver alors à la conviction absolue, que ces zones formaient bien différentes masses d'un grand recouvrement. Pour l'une de ces subdivisions cependant, celle de la Brèche du Chablais, les arguments fournis par la constitution même du massif ne permettaient plus de la concevoir comme ayant une origine autochtone : c'est bien une masse sans racine. Bien que la conviction soit maintenant absolue pour moi pour l'ensemble des Préalpes, il importe, pour convaincre la grande majorité des géologues, d'apporter des faits nouveaux.

» L'étude simultanée du massif des Wildstrubel, au sud de la nappe de charriage, et les recherches très approfondies faites par un de mes élèves, M. Roessinger, dans la zone intérieure, dite aussi *zone des cols des Préalpes*,

me permettent d'apporter une contribution considérable en faveur de la théorie du charriage.

» La zone interne, de Gsteig à la Lenk, est formée par trois séries d'écailles implantées dans le Flysch. Celle qui recouvre immédiatement les hautes Alpes présente des faciès analogues à celles-ci; on les retrouve dans le flanc droit de la vallée du Rhône.

» Or, sur la rive droite du Rhône, au-dessus de Sierre, on voit monter plusieurs plis vers le nord, dont l'un d'eux, plus considérable, en apparence du moins, car les autres sont peut-être en partie arasés, s'avance vers les hauts sommets, sur lesquels il s'égrène en lambeaux de recouvrement (Tubang, Rohrbachstein, Laufbodenhorn, etc.) conservés dans les synclinaux.

» Ces lambeaux, tous jurassiques, très rapprochés les uns des autres, et séparés seulement par les vallées ou bien par les anticlinaux des plis autochtones, permettent de rétablir le grand pli avec certitude. *Ces lambeaux se continuent dans l'écaille inférieure de la zone interne.*

» *L'écaille la plus profonde de la zone interne est donc la tête anticlinale, extrêmement laminée, d'un pli qui vient de la vallée du Rhône.* Nous connaissons maintenant la racine d'une des écailles préalpines, et elle vient du sud. Il devient évident que les autres écailles de la zone interne ont une origine analogue. Ce sont des fragments de plis supérieurs ou du même pli digité ⁽¹⁾.

» On sait qu'une de ces écailles, dans les Alpes de Bex, est formée par du Néocomien à céphalopodes, dont la présence au nord de la zone à faciès helvétique paraissait, sans l'hypothèse du charriage, comme une étrange anomalie. Or, dans le versant sud des Wildstrubel, on voit le Néocomien prendre un faciès uniforme schisteux, qui s'étend à l'Urgonien. Ce fait confirme l'hypothèse du géosynclinal crétacique qui devait exister à l'emplacement du cœur de la chaîne alpine, et d'où a pu provenir l'écaille en question.

» Ces faits feront faire un pas important à la théorie des nappes de

(1) J'avais prévu, dans mon Ouvrage *Sur la région de la Brèche du Chablais* (p. 301), que la zone interne devait avoir l'origine la moins lointaine, avec la zone bordière, parmi les quatre subdivisions indépendantes des Préalpes. Je pensais qu'elles provenaient de la continuation sud-ouest du massif du Finsteraarhorn, du moins pour les Préalpes suisses. La nouvelle découverte est une complète confirmation de ce qui pouvait paraître à beaucoup, il y a cinq ans, une très grande témérité.

charriage, que M. Marcel Bertrand a pressentie déjà en 1884 et que nous avons essayé d'établir, M. Schardt et moi, pour l'une des plus vastes d'entre elles, les Préalpes et les Klippes.

» Il devient évident que la naissance des Alpes a donné lieu à des déplacements considérables, vers l'extérieur de la chaîne, d'énormes masses de la couverture sédimentaire. »

La séance est levée à 4 heures un quart.

G. D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 7 JANVIER 1901.

La Chiffrocryptographie à transmutations numériques variables ou l'art de s'écrire en secret absolu avec des chiffres...., par ÉMILE DELAGE. Paris, chez l'Auteur, 1900; 1 fasc. in-18. (Hommage de l'Auteur.)

Annales de Chimie et de Physique, par MM. BERTHELOT, MASCART, MOISSAN; 7^e série, janvier 1901, tome XXII. Paris, Masson et C^{ie}, 1901; 1 fasc. in-8°.

Journal de Pharmacie et de Chimie; rédacteur principal : M. RICHE; 92^e année, 6^e série, t. XIII, n° 1, 1^{er} janvier 1901. Paris, Octave Doin; 1 fasc. in-8°.

La Tribune médicale, revue française de Médecine; rédacteur en chef : J.- V. LABORDE; 34^e année, 2^e série, n° 1, 2 janvier 1901. Paris, G. Maurin; 1 fasc. in-8°.

Gazette des hôpitaux civils et militaires, 74^e année, n° 1, 1^{er} et 3 janvier 1901. Paris, impr. F. Levé; 1 fasc. in-f°.

Le Progrès médical, 30^e année, 3^e série, t. XIII, n° 1, 5 janvier 1901. Paris, G. Maurin; 1 fasc. in-4°.

Revue scientifique, paraissant le samedi; 4^e série, t. XV, n° 1, 5 janvier 1901. Paris, Schleicher frères; 1 fasc. in-4°.

La Nature, revue des Sciences et de leurs applications aux Arts et à l'Industrie, journal hebdomadaire illustré; directeur : HENRI DE PARVILLE; 29^e année, n° 1441, 5 janvier 1901. Paris, Masson et C^{ie}; 1 fasc. in-4°.

Le Magasin pittoresque; directeurs : CH. FROMENTIN et EM. FOUQUET; 69^e année, n° 1, 1^{er} janvier 1901. Paris, typ. Chamerot et Renouard; 1 fasc. in-4°.

Journal d'Agriculture pratique, moniteur des comices, des propriétaires et des fermiers; rédacteur en chef : L. GRANDEAU; 65^e année, t. I, n° 1, 3 janvier 1901. Paris, impr. Maretheux; 1 fasc. in-8°.

Journal des Inventeurs, organe officiel de l'Association des Inventeurs et Artistes industriels; rédacteur en chef : HENRY DE GRAFFIGNY; 12^e année, n° 262, 1^{er} janvier 1901. Paris, E. Bernard et C^{ie}; 1 fasc. gr. in-8°.

Journal de l'Éclairage au gaz, 49^e année, n° 1, 5 janvier 1901. Paris, impr. A. Fayolle; 1 fasc. in-4°.

Moniteur industriel, économique, commercial, financier, JULES DE MEENS, directeur; 28^e année, n° 1, samedi, 5 janvier 1901. Paris-Berlin, 1 fasc. in-4°.

Die Tychonischen Instrumente auf der Prager Sternwarte, von Prof. D^r L. WEINEK. Prague, 1901; 1 fasc. in-8°.

Reports of the Malaria Committee of the Royal Society, third series. Londres, 1900; 1 fasc. in-8°.

(A suivre.)

ERRATA.

(Séance du 10 décembre 1900.)

Page 984, ligne 2, au lieu de M. LÉOPOLD TEJÉR, lisez M. LÉOPOLD FEJÉR.

(Séance du 24 décembre 1900.)

Note de M. OEchsner de Coninck, Étude du nitrate d'uranium :

Page 1219, ligne 19, densité de la solution aqueuse à 6 pour 100, au lieu de 1,8281, lisez 1,0281.

Page 1220, ligne 2, au lieu de dissout les traces, lisez dissout des traces.
